الأولى ع ت	المنطق ملخص الدرس	ح.بوعيون

I) العبارة – الدالة العبارية

1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ويمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.

2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E.

II) المكممات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E.

1) العبارة: $(\exists x \in E): A(x)$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$ " وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق $A(x)$.
الرمز $\exists$ يسمى المكمم الوجودي.

2) العبارة $(\forall x \in E): A(x)$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$.
وتعني أن جميع عناصر E تحقق $A(x)$.
الرمز $\forall$ يسمى المكمم الكوني.

III) العمليات المنطقية.

1) النفي

a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرمز لها ب $7A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.

ملاحظة: " $7A$ هي عكس العبارة A "

b) نفي العبارة " $(\forall x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\exists x \in E): 7A(x)$ ".

c) نفي العبارة " $(\exists x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\forall x \in E): 7A(x)$ ".

2) العطف

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب (A و B) والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة .

3) الفصل

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب (A أو B) والتي تكون صحيحة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

4) الإستلزام

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Rightarrow B)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة.
(وتقرأ A تستلزم B).

5) التكافؤ

تكافؤ العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A \Leftrightarrow B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت ل A و B نفس قيمة الحقيقة.
(وتقرأ A تكافئ B).

IV) القوانين المنطقية.

1) تعريف:

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحيحة مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

2) جرد لأهم القوانين المنطقية.

(1) $7(7A) \Leftrightarrow A$ (2) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7A \text{ ou } B)$

(3) $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (7A \Leftrightarrow 7B)$

(4) $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow A)$

(5) $(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (B \text{ et } A)$

(6) $(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } A)$

(7) $[(A \text{ et } B) \text{ et } C] \Leftrightarrow [A \text{ et } (B \text{ et } C)]$

(8) $[A \text{ ou } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ ou } C]$

(9) $[A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow C] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

(10) <u>قانون التاكافؤات المتتالية</u>

$$(A \Leftrightarrow B \text{ et } B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A \Leftrightarrow C$$

(11) $[A \text{ et } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ et } B) \text{ ou } (A \text{ et } C)]$

(12) $[A \text{ ou } (B \text{ et } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ et } (A \text{ ou } C)]$

(13) <u>قانوني موركان.</u>

$$7(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (7A \text{ ou } 7B) \ (*)$$

$$7(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B) \ (*)$$

(15) <u>قانون الاستلزام المضاد للعكس</u>

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7B \Rightarrow 7A)$$

(16) $7(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B)$

(17) <u>قانون الخلف</u>

$$((7A \Rightarrow 7B) \text{ et } B) \Rightarrow A$$

(18) <u>قانون فصل الحالات</u>

$$(A \Rightarrow C \text{ et } B \Rightarrow C) \Rightarrow [(A \text{ ou } B) \Rightarrow C]$$

V) بعض الاستدلالات.

1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية:

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A \Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس:

لكي نبين أن $A \Rightarrow B$ يكفي أن نبين أن $7B \Rightarrow 7A$.

3) الاستدلال بالخلف:

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

4) الاستدلال بفصل الحالات:

لتكن $E = E_1 \cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x \in E): A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي: *) إذا كان $x \in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.
*) إذا كان $x \in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

5) الاستدلال بالترجع:

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n \geq n_0$ نبين ما يلي:

*) نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n = n_0$

*) نفترض العبارة P صحيحة من أجل n.

*) نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.